

## **VOLVER A GEOMETRIA CUANTICA**

Fecha original : 1999-02-01

Traducción Astroseti : 2006-05-31 [BIOGRAFIAS](#)

Traductor : [Francisco M. Pulido Pastor](#)

### **Biografía de Zenón de Elea**

Nacido: sobre el 490 a.C. en Elea, Lucania (ahora al sur de Italia) Muerto: sobre el 425 a.C. en Elea, Lucania (ahora al sur de Italia)

Muy poco se sabe sobre la vida de **Zenón de Elea**. Sabemos con certeza que fue un filósofo, y se dice que fue el hijo de Teleutágoras. La principal fuente de nuestro conocimiento de Zenón llega de el diálogo *Parménides* escrito por Platón.

Zenón fue un alumno y amigo del filósofo Parménides y estudió con él en Elea. La Escuela Eleática, una de las principales escuelas presocráticas de la filosofía griega, había sido fundada por Parménides en Elea, al sur de Italia. Su filosofía de monismo afirmaba que las muchas cosas que parecen existir son simplemente una sola realidad eterna que él llamaba el Ser. Su principio fue que 'todo es uno' y que el cambio o el no-Ser son imposibles. Ciertamente Zenón fue influenciado por los argumentos de Parménides y Platón nos dice que los dos filósofos visitaron Atenas juntos alrededor del 450 a.C.



A pesar de la descripción de Platón de la visita de Zenón y Parménides a Atenas, está lejos de ser universalmente aceptado que la visita tuviese lugar realmente. Sin embargo, Platón nos dice que Sócrates, que entonces era joven, se reunió con Zenón y Parménides en su visita a Atenas y discutió de filosofía con ellos. Dadas las mejores estimaciones de las fechas de nacimiento de estos tres filósofos, Sócrates tendría unos 20, Zenón unos 40, y

Parménides unos 65 años por esa época, por lo que la afirmación de Platón es ciertamente posible.

Zenón ya había escrito una obra sobre filosofía antes de su visita a Atenas y Platón informa que el libro de Zenón significaba que él había alcanzado cierta fama en Atenas antes de su visita allí. Desafortunadamente ninguna obra de Zenón ha sobrevivido, pero hay muy poca evidencia para sugerir que escribiera más de un libro. El libro que Zenón escribió antes de su visita a Atenas era su famosa obra que, según Proclo, contenía cuarenta paradojas relativas al continuo. Cuatro de las paradojas, que discutiremos en detalle más abajo, iban a tener una profunda influencia en el desarrollo de las matemáticas.

Diógenes Laercio [10] da más detalles de la vida de Zenón que generalmente se cree que son poco fiables. Zenón regresó a Elea tras la visita a Atenas y Diógenes Laercio afirma que encontró su muerte en un heroico intento de derrocar a un tirano de la ciudad de Elea. Las historias de sus heroicas hazañas y tortura a manos del tirano bien pueden ser pura invención. Diógenes Laercio

también escribe sobre la cosmología<sup>1</sup> de Zenón y de nuevo no hay pruebas que apoyen esto, pero daremos alguna indicación más debajo de los detalles.

El libro de Zenón de las cuarenta paradojas fue, según Platón [3]:

*... un esfuerzo juvenil, y fue robado por alguien, de forma que el autor no tuvo oportunidad de considerar si publicarlo o no. Su objeto era defender el sistema de Parménides atacando las concepciones comunes de las cosas.*

Proclo también describió la obra y confirma que [1]:

*... Zenón elaboró cuarenta diferentes paradojas siguiendo el supuesto de que la pluralidad y el movimiento, todas ellas aparentemente basadas en las dificultades que derivan del análisis del continuo.*

En sus argumentos contra la idea de que el mundo contiene más de una cosa, Zenón derivó sus paradojas de el supuesto de que si una magnitud puede ser dividida entonces a menudo puede serlo indefinidamente. Zenón también supone que una cosa que no tiene magnitud no puede existir. Simplicio, el último director de la Academia de Platón de Atenas, preservó muchos fragmentos de autores anteriores incluyendo a Parménides y Zenón. Escribiendo en la primera mitad del siglo sexto, él explicó el argumento de Zenón de por qué algo sin magnitud no podría existir [1]:

*Porque si es añadido a algo más, éste no lo hará más grande, y si es sustraído, no lo hará más pequeño. Pero si no hace a una cosa más grande cuando se le suma ni más pequeña cuando se le resta, entonces parece obvio que lo que se sumó o restó fue nada.*

Aunque el argumento de Zenón no es cuando menos totalmente convincente, como Makin escribe en [7]:

*El desafío de Zenón al simple pluralismo es acertado, en eso fuerza a los anti-Parménideanos a ir más allá del sentido común.*

Las paradojas que propuso Zenón referentes al movimiento son más desconcertantes. Aristóteles, en su obra *Física*, da cuatro de los argumentos de Zenón, La Dicotomía, El Aquiles, La Flecha, y El Estadio. Para la dicotomía, Aristóteles describe el argumento de Zenón ( en la traducción de Heath [3]):

*No hay movimiento porque aquello que se mueve debe llegar a la mitad de su*

*camino antes de llegar al final.*

Para atravesar un segmento lineal es necesario alcanzar su punto medio. Para hacer esto se debe alcanzar la cuarta parte, para hacer esto se debe alcanzar la octava parte y así hasta el infinito. Por lo tanto el movimiento nunca puede comenzar. Este argumento no se explica por la bien conocida suma infinita

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1$$

Por una parte Zenón puede afirmar que la suma  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$  nunca alcanza realmente 1, pero más desconcertante para la mente humana es el intento de sumar  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$  hacia atrás. Antes de atravesar una unidad de distancia debemos llegar a la mitad, pero antes de llegar a la mitad debemos llegar al  $\frac{1}{4}$  del camino, pero antes de llegar al  $\frac{1}{4}$  del camino debemos alcanzar el  $\frac{1}{8}$  del camino etc. Este argumento nos hace comprender que nunca podemos comenzar ya que estamos intentando aumentar esta suma infinita desde el extremo 'equivocado'. De hecho es un inteligente argumento que todavía deja perpleja a la mente humana hoy día.

Zenón basa tanto la paradoja de la dicotomía como el ataque al simple pluralismo en el hecho de que una vez que algo es divisible, entonces es infinitamente divisible. Uno podría rebatir sus paradojas postulando una teoría

atómica<sup>2</sup> en la que la materia estuviese compuesta de muchos pequeños elementos indivisibles. Sin embargo otras paradojas de Zenón causan problemas precisamente porque en estos casos él considera que magnitudes aparentemente continuas están compuestas de elementos indivisibles. Tal paradoja es 'La Flecha' y de nuevo damos la descripción de Aristóteles del argumento de Zenón (en la traducción de Heath [3]):

*Si, dice Zenón, todo está o en reposo o en movimiento cuando ocupa un espacio igual a sí mismo, mientras el objeto movido está en el instante, la flecha en movimiento está en reposo.*

El argumento descansa en el hecho de que si en un instante indivisible de tiempo la flecha se movió, entonces este instante de tiempo sería divisible (por ejemplo en un 'instante' más pequeño de tiempo la flecha se habría movido la mitad de la distancia). Aristóteles arguye contra la paradoja afirmando:

*... dado que el tiempo no está compuesto de indivisibles 'ahoras', no más que lo está cualquier otra magnitud.*

Sin embargo, esto es considerado por algunos como irrelevante para el argumento de Zenón. Además el negar que el 'ahora' existe como un instante que divide el pasado del futuro parece también ir contra la intuición. Por supuesto si el instante 'ahora' no existe entonces la flecha nunca ocupa ninguna posición particular y no parece tampoco correcto. De nuevo Zenón ha presentado un profundo problema que, a pesar de los siglos de esfuerzos por resolverlo, todavía parece carecer de una solución verdaderamente satisfactoria. Como Frankel escribe en [6]:

*La mente humana, cuando intenta dar a sí misma una descripción precisa del movimiento, se encuentra enfrentada a dos aspectos del fenómeno. Ambos son inevitables pero al mismo tiempo son mutuamente excluyentes. O bien miramos el flujo continuo del tiempo; entonces nos será imposible pensar en el objeto en ninguna posición particular. O bien pensamos en el objeto ocupando cualquiera de las posiciones a través de las que su curso le lleva; y mientras fijamos*

*nuestro pensamiento en esa posición particular no podemos ayudar a fijar el objeto mismo y ponerlo en reposo por un breve instante.*

Vlastos (ver [10]) apunta que si usamos la fórmula matemática estándar para la velocidad tenemos  $v = e/t$ , donde  $e$  es la distancia recorrida y  $t$  es el tiempo empleado. Si miramos a la velocidad en un instante obtenemos que  $v = 0/0$ , lo cual es absurdo. Por tanto es justo decir que Zenón aquí está apuntando una dificultad matemática que no sería acometida apropiadamente hasta que los límites y el cálculo diferencial fueran estudiados y puestos en una base adecuada.

Como puede verse por la discusión anterior, las paradojas de Zenón son importantes en el desarrollo del concepto de infinitesimales<sup>3</sup>. De hecho algunos autores afirman que Zenón dirigió sus paradojas contra aquellos que estaban introduciendo los infinitesimales. [Anaxágoras](#) y los seguidores de [Pitágoras](#), con su desarrollo de los inconmensurables<sup>4</sup>, son tenidos por algunos como los objetivos de los argumentos de Zenón (ver por ejemplo [4]). Ciertamente parece poco probable que la razón dada por Platón, particularmente para defender la posición filosófica de Parménides, sea toda la explicación de por qué Zenón escribió su famosa obra sobre paradojas.

El más famoso de los argumentos de Zenón es indudablemente el Aquiles. La traducción de Heath de la *Física* de Aristóteles es:

*...El más lento cuando corre nunca será alcanzado por el más rápido; por que el que está persiguiendo debe primero alcanzar el punto desde el que empezó el que está huyendo, por lo que el más lento debe necesariamente estar siempre alguna distancia por delante.*

La mayoría de los autores, comenzando con Aristóteles, ven esta paradoja esencialmente como la misma que la Dicotomía. Por ejemplo Makin [7] escribe:

*... Dado que la Dicotomía puede ser resuelta, el Aquiles puede ser resuelto. Las resoluciones serán paralelas.*

Como con muchas afirmaciones sobre las paradojas de Zenón, no hay un consenso total sobre ninguna posición particular. Por ejemplo Coth [8] discute la similitud de las dos paradojas, afirmando que los comentarios de Aristóteles dejan mucho que desear y sugiere que los dos argumentos tienen estructuras completamente diferentes.

Ni Platón ni Aristóteles apreciaron en toda su magnitud el trasfondo de los argumentos de Zenón. Como dice Heath [3]:

*Aristóteles los llamó 'falacias', sin ser capaz de refutarlas.*

Russell ciertamente no subestimó el significado de Zenón cuando escribió en [5]:

*En este caprichoso mundo nada es más caprichoso que la fama póstuma. Una de las víctimas más notables de la falta de juicio de la posteridad es el Eleático Zenón. Habiendo inventado cuatro argumentos todos inconmensurablemente sutiles y profundos, la grosería de los filósofos posteriores dictaminó que él fuese un mero prestidigitador ingenioso, y sus argumentos todos ellos sofismas. Tras dos mil años de continua refutación, estos sofismas fueron rehabilitados, y produjeron la fundación del renacimiento matemático...*

Aquí Russell está pensando en la obra de Cantor, Frege y él mismo sobre el infinito y

particularmente en Weierstrass sobre el cálculo diferencial. En [2] la relación de las paradojas con las matemáticas también se discute, y el autor llega a una conclusión similar a Frankel en la cita anterior:

*Aunque han sido a menudo despedidas como un absurdo lógico, muchos intentos se han hecho también para deshacerse de ellas por medio de teoremas matemáticos, tales como la teoría de las series convergentes o la teoría de conjuntos. Al final, sin embargo, las dificultades inherentes en sus argumentos han vuelto siempre con gran vehemencia, por que la mente humana está construida de modo que puede mirar a un continuo de dos formas que no son demasiado reconciliables.*

Es difícil decir con precisión qué efecto tuvieron las paradojas de Zenón sobre el desarrollo de las matemáticas griegas. B.L. van der Waerden (ver [9]) arguye que las teorías matemáticas que fueron desarrolladas en la segunda mitad del siglo quinto a.C. sugieren que la obra de Zenón tuvo poca influencia. Heath sin embargo parece detectar una influencia mayor [3]:

*Los matemáticos, sin embargo, ... comprendiendo que los argumentos de Zenón eran fatales para los infinitesimales, vieron que sólo podían evitar las dificultades conectadas con ellas de una vez y para siempre desterrando la idea del infinito, incluso lo potencialmente infinito, enteramente de su ciencia; desde entonces, por tanto, no hicieron uso de magnitudes incrementándose o decreciendo ad infinitum, sino que se contentaron con magnitudes finitas que podían hacerse tan grandes o pequeñas como quisiéramos.*

Comentamos más arriba que Diógenes Laercio en [4] describe una cosmología que él cree que es debida a Zenón. De acuerdo con su descripción, Zenón propuso un universo compuesto de varios mundos, compuesto de 'lo caliente' y 'lo frío', 'lo seco' y 'lo húmedo' pero sin espacio vacío. Ya que esto parece no tener nada en común con sus paradojas, es usual tomar la postura de que Diógenes Laercio está en un error. Sin embargo, hay alguna evidencia de que este tipo de creencia rondaba en el siglo quinto a.C., en particular asociada con la teoría médica y podría fácilmente haber sido la versión de Zenón de una creencia mantenida por la Escuela Eleática.

**Artículo de:** *J J O'Connor* y *E F Robertson* **MacTutor History of Mathematics Archive**

### **Glosario:**

- 1 La *cosmología* es la ciencia que estudia al universo como un todo, su estructura y su historia.
- 2 La *teoría atómica* dice que la materia y el espacio no son divisibles infinitamente.
- 3 Una *infinitesimal* es una cantidad pequeña arbitraria que los matemáticos antiguos necesitaron incorporar a sus teorías ya que no tenían una teoría de límites propiamente dicha. El *cálculo infinitesimal* es el cálculo diferencial e integral.
- 4 Dos líneas o distancias son *conmensurables* si la razón de sus largos es un número racional. Si la razón es un número irracional, entonces se dice que son *inconmensurables*.

## **[VOLVER A GEOMETRIA CUANTICA](#)**

### **[Páginas de Astroseti relacionadas:](#)**

- 1 [Paseo por la historia de las matemáticas](#)
- 2 [Historia del infinito](#)

### **Bibliografía**

- 1 Biografía en *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990).
- 2 Biografía en *Encyclopaedia Britannica*.
- 3 T L Heath, *A history of Greek mathematics 1* (Oxford, 1931).
- 4 V Ya Komarova, *The teachings of Zeno of Elea : An attempt to reconstruct a system of arguments* (Russian) (Leningrad, 1988).
- 5 B Russell, *The Principles of Mathematics I* (1903).
- 6 H Frankel, *Zeno of Elea's attacks on plurality*, *Amer. J. Philology* 63 (1942), 1-25; 193-206.
- 7 S Makin, *Zeno of Elea*, *Routledge Encyclopedia of Philosophy* 9 (London, 1998), 843-853.
- 8 I Toth, *Aristote et les paradoxes de Zénon d'Élée*, *Eleutheria* (2) (1979), 304-309.
- 9 B L van der Waerden, *Zenon und die Grundlagenkrise der griechischen Mathematik*, *Math. Ann.* 117 (1940), 141-161.
10. G Vlastos, *A note on Zeno's arrow*, *Phronesis* 11 (1966), 3-18.

### Más referencias bibliográficas (35 libros/artículos)

(c)2002-2006 Astroseti.org

Los contenidos pueden utilizarse siempre que se mencione la fuente y se enlace al artículo en nuestro servidor.  
Para usos comerciales es necesario solicitar autorización.